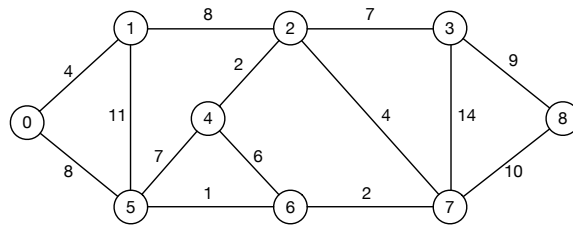


Ugeseddel: Mindste udspændende træ

Philip Bille

Om denne uge

Litteratur *Introduction to Algorithms*, Cormen, Rivest, Leisersons og Stein (CLRS): kap. 23.



Figur 1: Graf til opgaverne.

Opgaver

1 Algoritmer og egenskaber Kig på grafen G i figur 1.

1.1 [o] Håndkør Kruskals algoritme på G .

1.2 Håndkør Prims algoritme på G startende fra knude 0. Vis indhold af prioritetskø under kørslen.

1.3 Angiv alle mindste udspændende træer af G .

1.4 CLRS 23.2-2.

1.5 Giv en algoritme til at finde et udspændende træ.

2 Omvendt sletning Overvej følgende algoritme til at beregne MST. Start med en vægtet, sammenhængende graf G . Kig på kanter i G i rækkefølge fra tungeste til letteste kant. For hver kant undersøg om fjernelse af kanten gør grafen usammenhængende. Hvis den gør lader vi kanten blive og ellers fjerner vi den fra G .

2.1 Håndkør algoritmen på grafen i figur 1.

2.2 Argumenter for at algoritmen beregner MST af G .

3 Egenskaber for MST Lad G være en vægtet graf.

3.1 Vis at en letteste kant i en graf G er del af en MST for G . Hvad med en tungeste kant?

3.2 Antag vi skalerer alle kantvægte i G ved at gange dem med en værdi $c > 0$. Hvordan ser MST ud i den nye graf?

3.3 Vis at hvis alle kantvægte i G er distinkte, så MST unikt. *Hint*: husk egenskaberne for MST.

3.4 CLRS 23.2-1

4 Maksimalt udspændende træ Givet en vægtet graf G , giv en algoritme til at beregne et *maksimalt udspændende træ* af G , dvs., et udspændende træ af maksimal total vægt.

5 Formindskning af en kant CLRS 23.1-11

6 MST på grafer med generelle vægte

6.1 [C] Vis at snit- og kredsegenskaber gælder på grafer hvor kantvægte ikke behøver at være distinkte (egen-skaberne skal omformuleres passende).

6.2 [C] Konkluder at Prims og Kruskals algoritme også virker i dette tilfælde.

7 [*] MST med små kantvægte Lad G være en vægtet graf med n knuder og m kanter, således at alle kantvægtene er værdier fra $\{1, 2, \dots, 10\}$. Giv en effektiv algoritme til at beregne MST.

8 [*] Næstbedste MST CLRS 23-1

9 Frivillig afleveringopgave: Indsættelse af knude i MST CLRS 23.2-7. *Hint:* Find en løsning med $O(n \log n)$ tid.