

Ugeseddel: Søgning og Sortering

Philip Bille

Om denne uge

Litteratur *Introduction to Algorithms*, Cormen, Rivest, Leisersons og Stein (CLRS): Kap 2.

Opgaver

1 Håndkøring og egenskaber Løs følgende opgaver.

1.1 CLRS [o] 2.1-1.

1.2 CLRS [o] 2.1-2.

1.3 CLRS 2.2-3.

1.4 CLRS [o] 2.3-1.

1.5 CLRS [C] 2.3-4.

1.6 CLRS 2.3-6.

2 Duplikater og tætte naboer Lad $A[0..n-1]$ være en tabel af heltal. Løs følgende opgaver.

2.1 [o] Et *duplikat* i A er et par af indgange i og j så $A[i] = A[j]$. Giv en algoritme der afgør om der et duplikat i A i $\Theta(n^2)$ tid.

2.2 Giv en algoritme der afgør om der et duplikat i A i $\Theta(n \log n)$ tid. *Hint*: benyt flettesortering.

2.3 Et *tætteste par* i A er et par af indgange i og j så $|A[i] - A[j]|$ er minimal blandt alle par af indgange. Giv en algoritme der finder et tætteste par i A i $\Theta(n \log n)$ tid.

3 [D†] Implementation af binær søgning Implementer algoritmen til binær søgning.

4 Implementation og korrekthed af flettesortering Løs følgende opgaver.

4.1 [†] Implementer algoritmen til fletning.

4.2 [†] Implementer flettesortering.

4.3 [C] Vis at flettesortering sorterer enhver tabel korrekt. *Hint*: benyt induktion.

5 2Sum og 3Sum Lad $A[0..n-1]$ være en tabel af heltal (positive og negative). Tabellen A har en *2-sum*, hvis der findes to indgange i og j , så $A[i] + A[j] = 0$. Tilsvarende, har A en *3-sum*, hvis der findes tre indgange i , j og k så $A[i] + A[j] + A[k] = 0$. Løs følgende opgaver.

5.1 [o] Giv en algoritme, der afgør om A har en 2-sum i $\Theta(n^2)$ tid.

5.2 Giv en algoritme, der afgør om A har en 2-sum i $\Theta(n \log n)$ tid. *Hint*: benyt binær søgning.

5.3 [o] Giv en algoritme, der afgør om A har en 3-sum i $\Theta(n^3)$ tid.

5.4 Giv en algoritme, der afgør om A har en 3-sum i $\Theta(n^2 \log n)$ tid. *Hint*: benyt binær søgning.

5.5 [**] Giv en algoritme, der afgør om A har en 3-sum i $\Theta(n^2)$ tid.

6 Udvalgelse, partitionering og kviksortering Lad $A[0..n-1]$ være en tabel af heltal. Tallet med rang k i A er det tal der fremkommer på position k såfremt man sorterer A . Medianen af A er tallet i A med rang $\lfloor (n-1)/2 \rfloor$. Løs følgende opgaver.

6.1 Giv en algoritme, der givet et k , finder tallet med rang k i A i $\Theta(n \log n)$ tid.

En *partitionering* af A er en opdeling af A to tabeller A_{lav} og $A_{\text{høj}}$ således at A_{lav} indeholder alle tal fra A der er mindre end eller lig med medianen af A og $A_{\text{høj}}$ indeholder alle tal fra A der er større end medianen af A . Antag i det følgende at du har en lineærtidsalgoritme til at finde medianen af en tabel.

6.2 Giv en algoritme til at beregne en partitionering af A i $\Theta(n)$ tid.

6.3 [*] Giv en algoritme til at sortere A i $\Theta(n \log n)$ tid vha. rekursiv partitionering.

6.4 [**] Giv en algoritme, der givet et k , finder tallet med rang k i A i $\Theta(n)$ tid.

7 Frivillig afleveringopgave: Flettesorting med indsættelsesorting CLRS 2-1