

Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister
- Dynamiske tabeller

Philip Bille

Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister
- Dynamiske tabeller

Datastrukturer

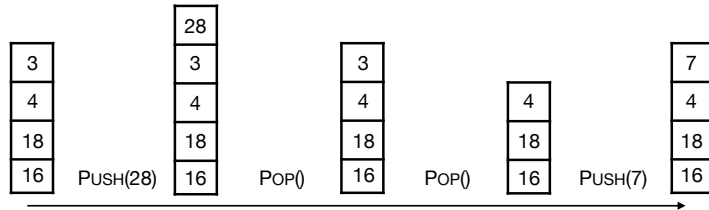
- **Datastruktur.** Metode til at organisere data så det kan søges i/tilgås/manipuleres effektivt.
- **Mål.**
 - Hurtig
 - Kompakt
- **Terminologi.**
 - **Abstrakt** vs. **konkret** datastruktur.
 - **Dynamisk** vs. **statisk** datastruktur.

Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- **Stakke og køer**
- Hægtede lister
- Dynamiske tabeller

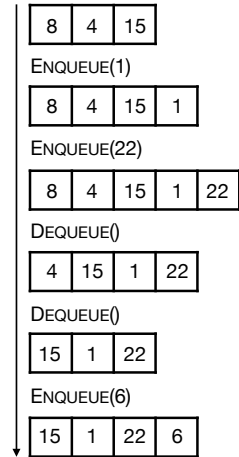
Stak

- **Stak.** Vedligehold en dynamisk sekvens (stakken) S af elementer under følgende operationer.
 - PUSH(x): tilføj et nyt element x til S.
 - POP(): fjern og returner det **seneste** tilføjede element i S.
 - ISEMPTY(): returner sand hvis S ikke indeholder nogle elementer.



Kø

- **Kø.** Vedligehold en dynamisk sekvens (køen) K af elementer under følgende operationer.
 - ENQUEUE(x): tilføj et nyt element x til K
 - DEQUEUE(): fjern og returner det **tidligst** tilføjede element i K.
 - ISEMPTY(): returner sand hvis K ikke indeholder nogle elementer.

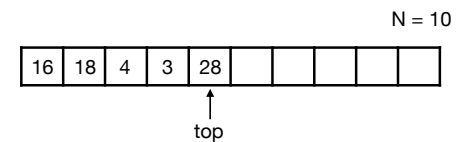


Anvendelser

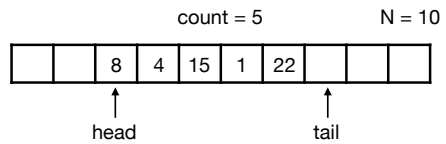
- **Stakke.**
 - Virtuelle maskiner
 - Parsing
 - Funktionskald
 - Backtracking
- **Køer.**
 - Skedulering af processer
 - Buffering
 - Breddeførst søgning

Implementation af stak med tabel

- **Stak.** Stak med **kapacitet** N vha. tabel.
- **Datastruktur.**
 - Tabel S[0..N-1]
 - Index top i S.
- **Operationer.**
 - PUSH(x): Tilføj x på S[top+1], sæt top = top + 1
 - POP(): returner S[top], sæt top = top - 1
 - ISEMPTY(): returner sand hvis og kun hvis top = -1.
 - Tjek for overløb og underløb i PUSH og POP.



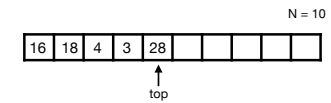
Implementation af kø med tabel



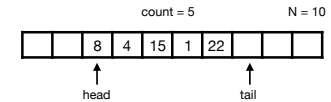
- **Tid.**
 - ENQUEUE i $\Theta(1)$ tid.
 - DEQUEUE i $\Theta(1)$ tid.
 - ISEEMPTY i $\Theta(1)$ tid.
- **Plads.**
 - $\Theta(N)$ plads.
- **Mangler.**
 - Vi skal kende kapacitet N fra start.
 - Vi spilder plads når antal elementer er $\ll N$.

Stakke og køer

- **Stak.**
 - **Tid.** PUSH, POP, ISEEMPTY i $\Theta(1)$ tid.
 - **Plads.** $\Theta(N)$



- **Kø.**
 - **Tid.** ENQUEUE, Dequeue, ISEEMPTY i $\Theta(1)$ tid.
 - **Plads.** $\Theta(N)$



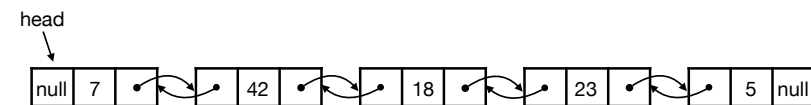
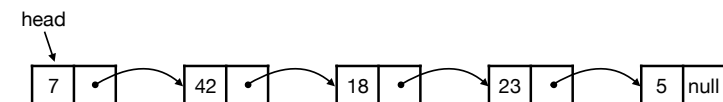
- **Udfordring.** Kan vi komme ned på lineær plads med samme tid?

Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister
- Dynamiske tabeller

Hægtede lister (linked lists)

- **Hægtede lister.**
 - Datastruktur til at vedligeholde en **dynamisk** sekvens af elementer i lineær plads.
 - Rækkefølge af elementer bestemt af referencer/pegere kaldet **hægter**.
 - Effektivt at indsætte og fjerne elementer eller sammenhængende dele af elementer.
 - **Dobbelt-hægtede vs enkelt-hægtede.**



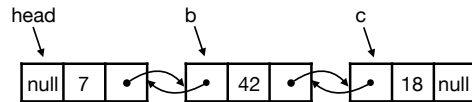
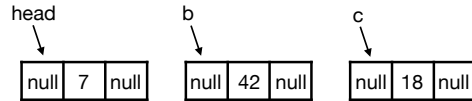
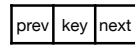
Hægtede lister

- Dobbelt-hægtede lister i Java.

```
class Node {
    int key;
    Node next;
    Node prev;
}

Node head = new Node();
Node b = new Node();
Node c = new Node();
head.key = 7;
b.key = 42;
c.key = 18;

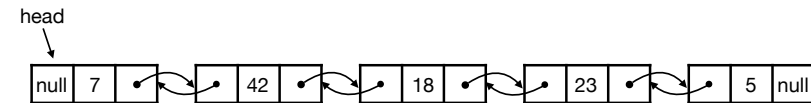
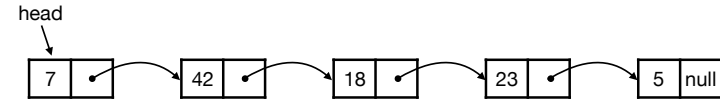
head.prev = null;
head.next = b;
b.prev = head;
b.next = c;
c.prev = b;
c.next = null;
```



Hægtede lister

- Simple operationer.

- SEARCH(head, k): returner knude med værdi k i listen. Returner null hvis den ikke findes.
- INSERT(head, x): indsæt knude x i starten af listen. Returner ny head.
- DELETE(head, x): fjern knude x i listen.



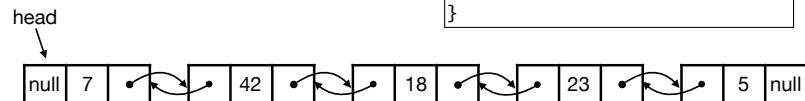
Hægtede lister

- Operationer på dobbelthægtet liste i Java.

```
Node Search(Node head, int value) {
    Node x = head;
    while (x != null) {
        if (x.key == value) return x;
        x = x.next;
    }
    return null;
}
```

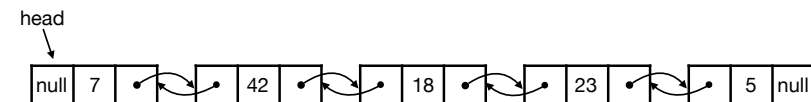
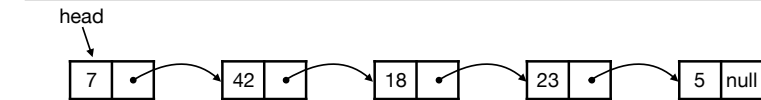
```
Node Insert(Node head, Node x) {
    x.prev = null;
    x.next = head;
    head.prev = x;
    return x;
}
```

```
Node Delete(Node head, Node x) {
    if (x.prev != null)
        x.prev.next = x.next;
    else head = x.next;
    if (x.next != null)
        x.next.prev = x.prev;
    return head;
}
```



- Opgave. Lad p være en ny knude med værdien 10 og lad q være knuden i listen med værdi 23. Håndkør Search(head, 18), Insert(head, p) og Delete(head, q).

Hægtede lister



- Tid. Hvor hurtigt kører operationerne?
 - SEARCH i $\Theta(n)$ tid
 - INSERT og DELETE i $\Theta(1)$ tid.
- Plads.
 - $\Theta(n)$

Implementation af stak og kø med hængede lister

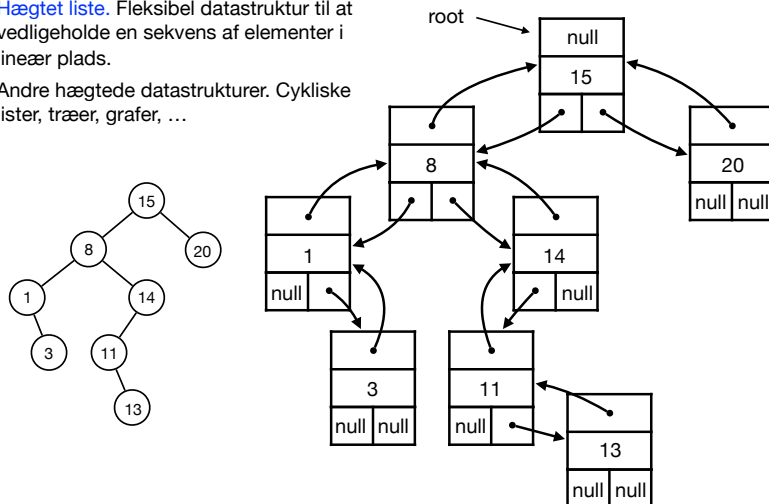
- **Opgave.** Overvej hvordan man kan implementere stakke og køer med hængede lister effektivt.
- **Stak.** Vedligehold en dynamisk sekvens (stakken) S af elementer under følgende operationer.
 - PUSH(x): tilføj et nyt element x til S.
 - POP(): fjern og returner det **seneste** tilføjede element i S.
 - isEmpty(): returner sand hvis S ikke indeholder nogle elementer.
- **Kø.** Vedligehold en dynamisk sekvens (køen) K af elementer under følgende operationer.
 - ENQUEUE(x): tilføj et nyt element x til K
 - DEQUEUE(): fjern og returner det **tidligst** tilføjede element i K.
 - isEmpty(): returner sand hvis K ikke indeholder nogle elementer.

Stakke og køer

- Stak og kø implementeret med hængtet liste
- **Stak.**
 - Tid. PUSH, POP, isEmpty i $\Theta(1)$ tid.
 - Plads. $\Theta(n)$
- **Kø.**
 - Tid. ENQUEUE, Dequeue, isEmpty i $\Theta(1)$ tid.
 - Plads. $\Theta(n)$

Hængede lister

- **Hængtet liste.** Fleksibel datastruktur til at vedligeholde en sekvens af elementer i lineær plads.
- Andre hængtede datastrukturer. Cykliske lister, træer, grafer, ...



Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hængede lister
- Dynamiske tabeller

Stak med dynamisk tabel

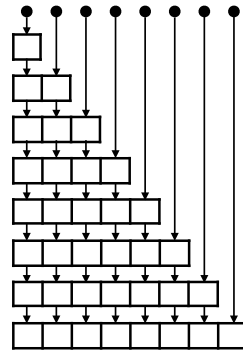
- **Udfordring.** Kan vi implementere en stak effektivt med tabel(ler)?
 - Behøver vi fastsætte en øvre grænse på antallet af elementer?
 - Kan vi komme ned på lineær plads og konstant tid?

Dynamiske tabeller

- **Mål.**
 - Implementer en stak vha. tabel(ler) i $\Theta(n)$ plads for n elementer.
 - Så hurtige operationer som muligt.
 - Kun fokus på PUSH. Ignorer POP og ISEEMPTY indtil videre.
- **Løsning 1.**
 - Start med tabel af størrelse 1.
- PUSH(x):
 - Opret ny tabel af størrelse +1.
 - Flyt alle elementer til ny tabel.
 - Slet gammel tabel.

Dynamiske tabeller

- PUSH(x):
 - Opret ny tabel af størrelse +1.
 - Flyt alle elementer til ny tabel.
 - Slet gammel tabel.
- **Tid.** Hvor meget tid tager n PUSH operationer?
 - PUSH i tager $\Theta(i)$ tid: byg tabel af størrelse i , flyt $i-1$, elementer og indsæt nyt element.
- **Samlet tid.** $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \Theta(n^2)$
- **Plads.** $\Theta(n)$
- **Udfordring.** Kan vi gøre noget smartere?

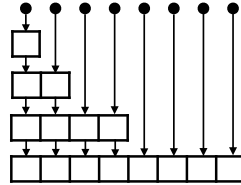


Dynamiske tabeller

- **Ide.** Kopier kun elementer en gang i mellem.
- **Løsning 2.**
 - Start med tabel af størrelse 1.
- PUSH(x):
 - Hvis tabel er **fuld** (antallet af elementer i stak er lig tabellens størrelse).
 - Opret ny tabel af **dobbel**t størrelse.
 - Flyt elementer over i ny tabel.
 - Slet gammel tabel.

Dynamiske tabeller

- PUSH(x):
 - Hvis tabel er **fuld** (antallet af elementer i stak er lig tabellens størrelse).
 - Opret ny tabel af **dobbelt** størrelse.
 - Flyt elementer over i ny tabel.
 - Slet gammel tabel.
- Tid. Hvor meget tid tager n PUSH operationer?
 - PUSH 2^k tager $\Theta(2^k)$ tid: byg tabel af størrelse 2^{k+1} , flyt 2^k elementer og indsæt nyt element.
 - Alle andre PUSH tager $\Theta(1)$ tid.
- Samlet tid. $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{\lfloor \log n \rfloor} + n = \Theta(n)$
- Plads. $\Theta(n)$



Dynamiske tabeller

- Stak med dynamisk tabel.
 - n PUSH operationer i $\Theta(n)$ tid og plads.
 - Kan udvides til n PUSH, POP og ISEMPTY operationer i $\Theta(n)$ tid.
- Køretiden er **amortiseret** $\Theta(1)$ per operation (een operation kan tage lang tid, men tiden for **enhver** sekvens af k operationer er $\Theta(k)$)
- Med snedige tricks kan man **deamortisere** løsningen til $\Theta(1)$ værste-faldskøretid per operation.
- Kø med dynamisk tabel.
 - Samme resultater som stak.
- Global genopbygning.
 - Dynamisk tabel er eksempel på **global genopbygning** (*global rebuilding*).
 - General teknik til at gøre statiske datastrukturer dynamiske.

Stakke og køer

Datastruktur	PUSH	POP	ISEMPTY	Plads
Tabel med kapacitet N	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(N)$
Hægtet liste	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$
Dynamisk tabel med udvidelse	$\Theta(n)^\dagger$	$\Theta(1)^\dagger$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$
Dynamisk tabel med fordobling	$\Theta(1)^\dagger$	$\Theta(1)^\dagger$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$
Dynamisk tabel med deamortiseret fordobling	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(1)$	$\Theta(n)$

† = amortiseret

Introduktion til datastrukturer

- Datastrukturer
- Stakke og køer
- Hægtede lister
- Dynamiske tabeller