

Rettede grafer

Eva Rotenberg*

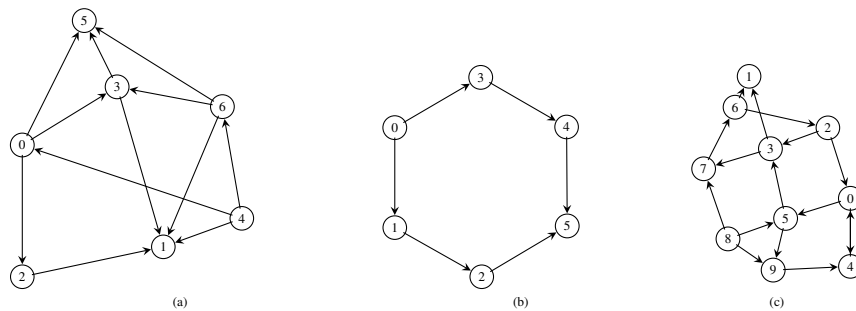
Om denne uge

Materialer CLRS: introduktion til del VI + kap. 22.1–22.4 + appendix B.4–B.5.

Opgaver

1 Repræsentation, egenskaber og algoritmer

Kig på følgende grafer og løs nedenstående opgaver.



- 1.1 Vis incidenslister og incidensmatricer for (a) og (b). Du må antage at incidenslisterne er sorterede.
- 1.2 Håndkør dybdesøgning eller breddesøgning fra knude 4 i (a) og knude 5 i (c).
- 1.3 Hvilke af (a) og (c) er acykliske rettede grafer? Hvis grafen er acyklisk, så find en topologisk sortering med den rekursive algoritme til topologisk sortering. Hvis grafen ikke er en acyklisk, så angiv en kreds.
- 1.4 Angiv de stærkt sammenhængende komponenter i (a) og (c).
- 1.5 Hvor mange topologiske sorteringer har (b)?
- 1.6 Hvor mange stærkt sammenhængende komponenter er der i en acyklisk rettet graf?

2 Slanger og stiger

Slanger og stiger (snakes and ladders) er et klassisk brætspil. Vi kigger på følgende variant. Spillet foregår på et $n \times n$ gitter, med felter nummeret fortløbende fra 1 til n^2 . Se figur på næste side. Særlige par af felter er slanger, der fører nedad, og stiger, der fører op. Fra hvert felt kan der højst starte eller slutte en stige/slange.

*baseret på materiale af Bille&Gørtz

Naturligvis er etnograferne ikke sikre på at deres fakta er korrekte; hukommelse kan fejle og al information er blevet mundtligt overbragt. Derfor vil de gerne afgøre om det data de har samlet er konsistent, i den forstand at der kunne have eksisteret personer således at alle faktaerne om dem holder. Giv en algoritme til at løse etnografernes problem. Din algoritme skal enten give en konsistent sekvens af fødsler og dødsfald eller rapportere at der ikke findes nogen.

6 Tre dunke

Du er givet tre dunke med plads til henholdsvis 8, 5 og 3 liter. Dunken på 8 liter er fyldt med vand og de to andre er tomme. Dit mål er at få præcis 4 liter i en af dunkene ved at fylde en dunk helt op eller ved at tømme en dunk over i en anden. Løs følgende opgaver:

- 6.1 [*] Vis at det kan lade sig gøre og giv den korteste sekvens af tømninger og fyldninger du kan finde.
- 6.2 [*] Antag nu at du har n dunke med plads til d_1, \dots, d_n liter hver og et mål på x liter du skal have i en dunk. Giv en algoritme til at beregne den korteste sekvens af tømning og fyldninger. Hint: modellér problemet som en implicit graf.

Ekstra implementationsopgaver

7 [†] Implementation af bredde- og dybdesøgning

Lad G være en graf givet i incidenslisterepræsentationen.

7.1 Implementér breddeførstsøgning.

Lav en metode, tager en startknode s og en slutknode t , og returnerer længden af den korteste sti mellem dem.

7.2 Implementér dybdeførstsøgning.

Givet en startknode, skriv start- og sluttider for de andre knuder i grafen.

Når der er flere mulige naboer at vælge mellem, så vælg naboen med det laveste nummer.